

Titre de la thèse	Etude d'un modèle d'interaction matière-champ électromagnétique
-------------------	---

Ecole Doctorale	ED548
Laboratoire	Centre de Physique Théorique
Discipline	Mathématique
Directeur(s) de Thèse & Encadrant(s)	Jean Marie Barbaroux, Philippe Briet Benjamain Alvarez

Description du sujet de recherche

C.F. Annexe

Encadrement et conditions matérielles pour le doctorant

Le doctorant sera localisé dans la salle des doctorants dans les locaux du CPT dans le bâtiment Z1 sur le campus de de Lagarde (UTLN). Par ailleurs il aura accès aux locaux du CPT sur le campus de Luminy. En tant que Doctorant du CPT il bénéficiera des moyens financiers et informatiques mis à la disposition des doctorants par le Laboratoire

Compétences attendues et personnes à contacter

Compétences attendues : Le doctorant devra des compétences dans les domaine de la physique théorique et des mathématiques qui lui permettent d'aborder des problèmes de la physique quantique et en particulier ceux de la nanophysique

Personne(s) à contacter : Benjamin Alvarez, Jean Marie Barbaroux, Philippe Briet.

**Annexe : Sujet de Thèse proposé par B. Alvarez, J.M. Barbaroux et Ph. Briet
(équipe DQAS-CPT)**

1. ETUDE D'UN MODÈLE D'INTERACTION MATIÈRE-CHAMP ÉLECTROMAGNÉTIQUE

Le sujet de cette thèse concerne l'étude mathématique du comportement de la matière lorsqu'elle est soumise à l'influence d'un champ électromagnétique. Ce travail se place dans le cadre de la mécanique quantique. Dans ce cas plusieurs modèles ont déjà été étudiés, c.f. par exemple [2, 3, 1] et plus récemment [4].

Nous proposons un modèle simple original, différent de ceux cités précédemment, dans lequel le système électronique consiste en une particule non relativiste, sans spin et chargée, confinée dans un potentiel externe V . Le potentiel de confinement est défini comme dans [6]. On considère une courbe régulière γ dans \mathbb{R}^3 de courbure non nulle et asymptotiquement plate. En chaque point de γ , le potentiel V est un puits quantique ne dépendant que de la variable transverse. Ainsi, à basse énergie, la particule est susceptible de s'échapper à l'infini le long de la direction longitudinale du canal créé par V mais reste confinée dans la direction transverse. Nous dénotons le hamiltonien correspondant :

$$H_{\text{elec}} = -\Delta + V$$

agissant sur l'espace de Hilbert $\mathcal{H} = L^2(\mathbb{R}^3)$. Sous certaines conditions sur la courbure, [6], [7], [5] alors H_{elec} doit admettre des valeurs propres discrètes sous le spectre essentiel. Ces valeurs propres représentent des états piégés qui sont en général localisés dans un voisinage des points où la courbure de γ est non nulle.

Dans le cadre de la deuxième quantification, le champ de radiation s'exprime sur l'espace de Fock bosonique : $\mathcal{F} = \bigoplus_{n \in \mathbb{N}} \mathcal{F}^n$, \mathcal{F}^n étant l'espace des états symétrisés à n photons ($\mathcal{F}^1 = L^2(\mathbb{R}^3)$ et $\mathcal{F}^0 = \mathbb{C}$),

$$H_f = d\Gamma(\omega) = \int_{\mathbb{R}^3} \omega(k) a^*(k) a(k) dk;$$

où ω est la relation de dispersion des photons, de la forme $\omega(k) = |k|$, a étant l'opérateur usuel à valeur dans les distributions d'annihilation et a^* , son adjoint est l'opérateur de création. Ces opérateurs vérifient les relations canoniques de commutation :

$$[a(k), a(k')] = [a^*(k), a^*(k')] = 0$$

$$[a(k), a^*(k')] = \delta(k - k').$$

Ainsi le hamiltonien du système "libre" est

$$H_0 = H_{\text{elec}} \otimes \mathbb{1}_{\mathcal{F}} + \mathbb{1}_{\mathcal{H}} \otimes H_f$$

agissant sur $\mathbf{H} = \mathcal{H} \otimes \mathcal{F}$. La dynamique du système en interaction champ-particule est définie par l'opérateur sur \mathbf{H} ,

$$H_g = H_0 + gW,$$

où $g \in \mathbb{R}^+$ est la constante de couplage et l'interaction W est définie comme :

$$W = \Phi(h); h(k) = v(k)e^{-ikx},$$

avec $\Phi(h) = a(h) + a^*(h)$ et $a(h) = \int_{\mathbb{R}^3} \overline{h(k)} a(k)$.

Le but principal de ce travail est d'étudier les conditions, sous lesquelles la particule initialement piégée dans le guide va diffuser le long du guide sous l'influence du champ de radiation, i.e. du point de vue spectral, la question est de savoir ce que deviennent les valeurs propres

de $H_{g=0} = H_0$ quand l'interaction est allumée ($g \neq 0$). Cela suppose une analyse spectrale à plusieurs niveaux dans le travail de thèse :

- (1) Caractérisation précise du spectre de l'opérateur H_{elec} , en particulier des conditions sur γ pour l'existence de valeurs propres discrètes.
- (2) Etude du spectre du hamiltonien libre H_0 .
- (3) Etude spectrale de $H_g, g \neq 0$ et en particulier du spectre ponctuel près des valeurs propres de H_{elec} et essayer de répondre à l'alternative suivante :
 - (a) Existence/ non-existence de valeurs propres en fonction de la valeur de g .
 - (b) Dans le cas de non-existence de valeurs propres, étudier la présence de résonances complexes.

2. MOTS CLÉS

Propagation quantique, interaction champ-matière, seconde quantification, analyse spectrale, analyse des EDP.

RÉFÉRENCES

- [1] B. Alvarez, J. Faupin, J.-C. Guillot : Hamiltonian models of interacting fermion fields in quantum field theory. *Lett. Math. Phys.* **109**, no. 11, 2403–2437 (2019).
- [2] V. Bach, F. Klopp, H. Zenk : Mathematical analysis of the photoelectric effect. *Adv. Theor. Math. Phys.* **5**, 969–999 (2001).
- [3] J.-M. Barbaroux, M. Dimassi, J.-C. Guillot : Quantum electrodynamics of relativistic bound states with cutoffs. *J. Hyperbolic Differ. Equ.* **1**, no. 2, 271–314 (2004).
- [4] S. Breteaux, J. Faupin, J. Payet : Quasi-Classical ground state. Linearly coupled Pauli-Fierz Hamiltonians. *ArXiv* 2207.06053v2, (2022).
- [5] P. Briet, H. Hammedi, D. Krejčířik : Hardy inequalities in globally twisted waveguides. *Lett. Math. Phys.*, **105**, no. 7, 939–958 (2015).
- [6] P. Exner : Spectral properties of soft quantum waveguides. *J. Phys. A : Math. Gen.*, **53**(35), 355302 (2020).
- [7] D. Krejčířik, J. Kříž : On the spectrum of curved quantum waveguides. *Publ. RIMS, Kyoto University* **41** (2005), no. 3, 757–791