

Dérivation, analyse mathématique et numérique de modèles pour le système cardiovasculaire : application à la macro-circulation et à l'anévrisme.

Mehmet ERSOY

Université de Toulon, IMATH EA 2134, 83957 La Garde, France.

Mail : ersoy@univ-tln.fr

et

Omer F. Eker

Chef de l'unité de neuroradiologie interventionnelle
Université Claude Bernard Lyon 1, 69100 Villeurbanne

Mail : omer.eker@chu-lyon.fr

Le tabagisme, l'âge, l'hypertension artérielle, le diabète, l'hypercholestérolémie, l'obésité, et le stress notamment dans les pays développés, multiplie le risque de maladie cardiovasculaire. Ces facteurs génèrent des modifications au niveau du réseaux sanguins et affectent des organes cibles dont le cœur ou encore le cerveau, entraînant des cardiopathies coronariennes, des accidents vasculaires cérébraux ou encore des artériopathies périphériques (maladies des artères qui alimentent les bras et les jambes), des anévrismes, etc.

Selon le rapport de l'Organisation Mondiale de la Santé (OMS) en 2008, elles étaient responsables de près 17 millions de décès dans le monde et représente 30% de la mortalité mondiale. Ce nombre est porté 149 541 décès en 2008 en France. Bien qu'une meilleure prise en charge des patients montre que ce nombre a diminué de 24% entre 2000 et 2008, les maladies cardiovasculaires restent un objectif majeur de santé publique.

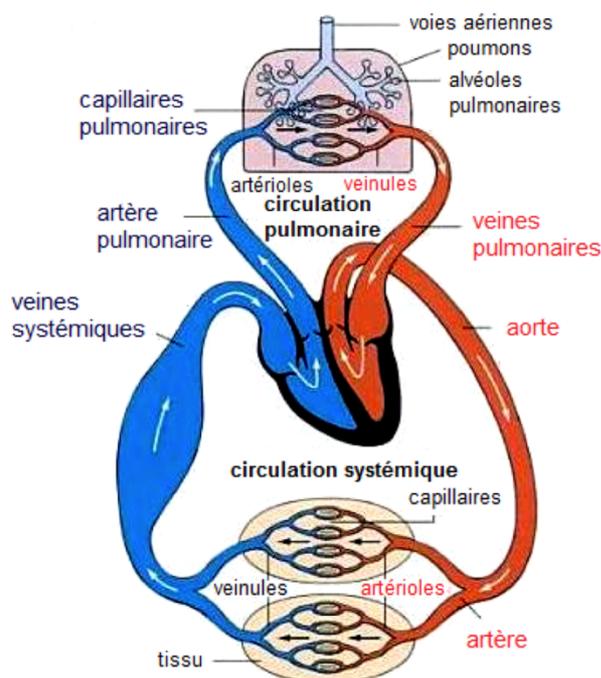


Figure 1 : SCV

Dans le but de mieux appréhender, détecter et traiter le développement des maladies cardiovasculaires, différentes études se sont intéressées au système cardiovasculaire (SCV), voir par exemple [5,8,9]. Ce réseau est composé de deux systèmes couplés, la macro-circulation et la microcirculation. Ce couplage non-linéaire permet à l'organisme de s'adapter en principe aux perturbations rencontrées. Une défaillance dans cette interaction, quant à elle, peut générer des complications au sein du patient, dont l'anévrisme.

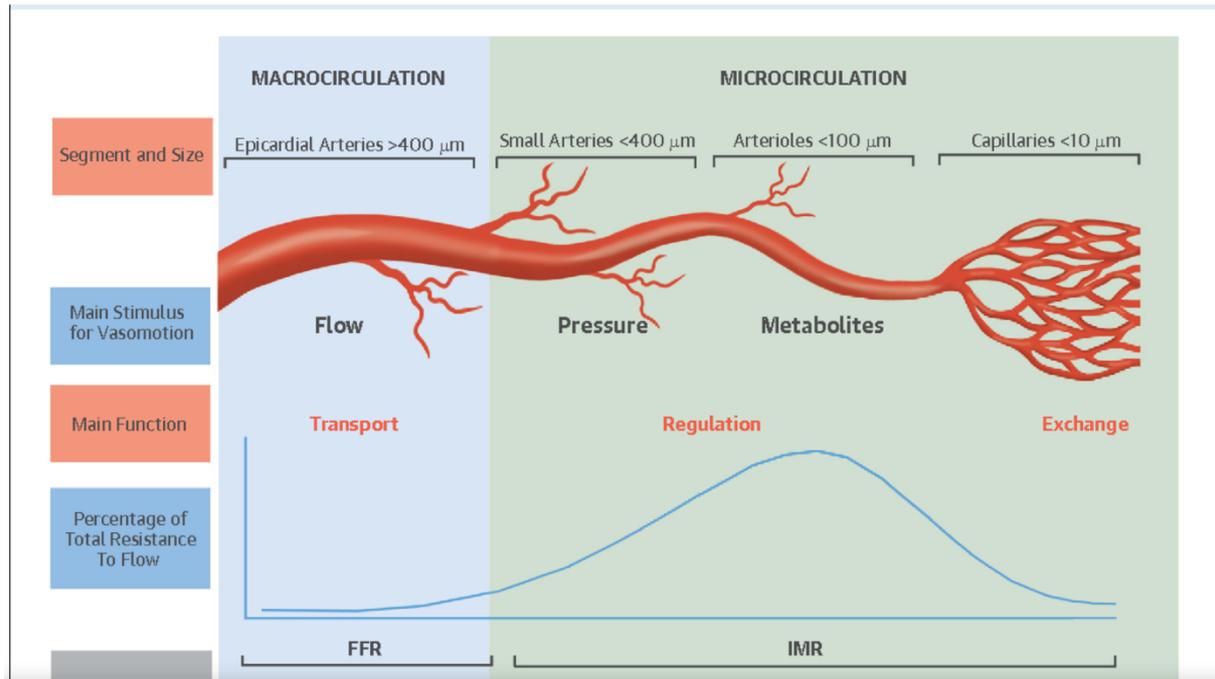


Figure 2 : Micro/macro-circulation ([3])

L'anévrisme est une affection entraînant une dilation de la paroi d'une artère. Celle-ci aboutit par la suite à la formation de poche de forme variable (mince et fragile). Il existe plusieurs sortes d'anévrismes tels que : les Anévrismes extra-crâniens (anévrisme de l'aorte (AAA)). Les Anévrismes intracrâniens (Anévrisme cérébral appelé aussi anévrisme ampullaire). La taille de l'anévrisme est une sphère d'environ 5mm de rayon, l'épaisseur de la paroi de la poche de l'anévrisme peut varier entre 150 et 600µm. Il faut savoir qu'un anévrisme peut se situer sur n'importe quelle artère du corps. Le cas le plus fréquent est l'anévrisme de l'aorte car celle-ci est la plus grande artère du corps permettant la circulation du sang, du cœur aux organes.

D'un point de vue modélisation mathématique, le SCV peut être modélisé par les équations de la mécanique des fluides incompressibles et de la mécanique des solides déformables. Les techniques de calcul scientifique (CFD - Computational Fluid Dynamics) ont été utilisées pour modéliser et simuler **localement** le flux sanguin afin d'étudier l'évolution de l'anévrisme et de prouver ou d'infirmer des stratégies de traitement local. Dans ce contexte, le sang est un fluide supposé incompressible et l'aorte une structure élastique, régis par les équations de Navier-Stokes incompressible et les équations de la mécanique des solides déformables.

On propose ici une **alternative originale** aux modèles tridimensionnels (tels que les équations de Navier-Stokes), **par des modèles réduits (en dimension 1 et 2)**, des approximations hydrostatiques ou quasi-hydrostatiques dont la complexité de calcul est très nettement inférieure aux modèles généraux. De tels modèles permettent ainsi la modélisation de la macro-circulation à l'instar des approches CFD dont le coût de calcul est exorbitant. On peut, comme dans le cadre des écoulements

dit « à toit rigide » (voir par exemple [1,2,4,5]), reproduire très fidèlement la propagation des ondes de pression, les déformations des parois, etc. Le faible coût de calcul de ces modèles permet d'étudier non seulement des **segments isolés mais aussi le système de circulation globale**. L'investigation, le développement et l'application dans cette thèse sera menés comme suit :

1. Modélisation : dérivation et construction du(des) modèle(s) réduit(s) en unidirectionnel (suivant l'axe d'écoulement sanguin moyen) et bidimensionnel en prenant en compte les lois et déformation des parois dans un régime hydrostatique et quasi-hydrostatique. La tortuosité des vaisseaux peut être intégré rigoureusement en construisant le modèle à partir d'un repère mobile.
2. Analyse mathématique : étude du(des) système(s), propriétés des solutions, recherche de solution spéciale, solutions quasi-stationnaires, etc.
3. Analyse numérique et simulation : construction et étude d'un schéma numérique basé sur une approche Galerkin-Discontinue. Confrontation avec des données expérimentales et comparaison code à code (à partir de modèles généraux, code commercial FLUENT).
4. Application à la macro-circulation et à l'anévrisme, validation numérique et mise à disposition d'un outil de simulation numérique.

Références:

- [1] Bourdarias, Christian, Mehmet Ersoy, and Stéphane Gerbi. "A kinetic scheme for transient mixed flows in non-uniform closed pipes: a global manner to upwind all the source terms." *Journal of Scientific Computing* 48.1 (2011): 89-104.
- [2] Bourdarias, Christian, Mehmet Ersoy, and Stéphane Gerbi. "Unsteady mixed flows in non uniform closed water pipes: a full kinetic approach." *Numerische Mathematik* 128.2 (2014): 217-263.
- [3] De Bruyne, Bernard, Keith G. Oldroyd, and Nico HJ Pijls. "Microvascular (dys) function and clinical outcome in stable coronary disease." (2016): 1170-1172.
- [4] Ersoy, Mehmet. "Dimension reduction for compressible pipe flows including friction." *Asymptotic Analysis* 98.3 (2016): 237-255.
- [5] Ersoy, Mehmet, Timack Ngom, and Mamadou Sy. "Compressible primitive equations: formal derivation and stability of weak solutions." *Nonlinearity* 24.1 (2010): 79.
- [6] Feihl, François, Bernard Waeber, and Amin Dabiri Askari. "Hypertension artérielle: macrocirculation et microcirculation." *Revue médicale suisse* 216 (2009): 1778.
- [7] Formaggia, Luca, Daniele Lamponi, and Alfio Quarteroni. "One-dimensional models for blood flow in arteries." *Journal of engineering mathematics* 47.3 (2003): 251-276.
- [8] Rizzoni, Damiano, et al. "Interrelationships between macro and microvascular structure and function." *Artery research* 4.4 (2010): 114-117.
- [9] Safar, Michel E., and H. A. Struijker-Boudier. "Cross-talk between macro-and microcirculation." *Acta physiologica* 198.4 (2010): 417-430.